

# **7. Tests d'hypothèses**

Sam Gyetvay

ECO 2273 – Économetrie I

7 novembre 2025

Rendre les examens de mi-session

Distribution des notes de mi-session

Révision de mi-session

Révision : intervalles de confiance

Tests d'hypothèses

- ▶ Hypothèse nulle/alternative
- ▶ Tests de signification
- ▶ Erreur de type I/II
- ▶ Valeur critique
- ▶ Niveau de signification
- ▶ Valeur  $p$

Questions de pratique

## Distribution des notes de mi-session

Statistique	2025	2024*
Moyenne	68,1	59,4
Médiane	70	61,0
Écart-type	16,7	24,8
Q1	59,75	–
Q3	75	–
Min	≈ 30	16
Max	100	98
P10	≈ 50	–
P90	≈ 93	–

\* Les notes de 2024 sont après addition de 2 à 6 points à tous les étudiants.

## La question que presque tout le monde a ratée

Question 6 (20 points). Uber a décidé de randomiser le prix des trajets au départ de l'UQAM pour profiter de la hausse de la demande pendant la grève de la STM. Uber multiplier le tarif de base de chaque trajet par un facteur aléatoire  $(1 + X)$ , où  $X$  est un nombre aléatoire suivant une loi uniforme comprise entre 5% et 55%. Tracez la fonction de densité de probabilité  $f(x)$  et la fonction de distribution cumulée  $F(x)$  de  $X$ , et calculez la probabilité que le supplément soit compris entre 10% et 25%.



Cette question a été prise directement de la leçon 4 (distributions de variables aléatoires continues). Pendant la leçon, j'ai dit que cette question exacte serait dans l'examen de mi-session.

## Variables aléatoires uniformes

Une variable aléatoire uniforme  $X \sim U(a, b)$  a une densité constante sur l'intervalle  $[a, b]$

Fonction de densité de probabilité (PDF) :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

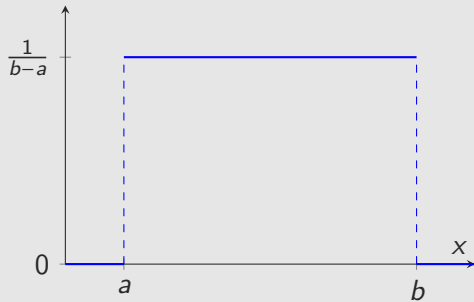
$$\text{Moyenne : } E[X] = \frac{a+b}{2} \quad \text{Variance : } \text{Var}(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

Probabilité que  $X$  soit dans  $[c, d]$ , où  $a < c < d < b$

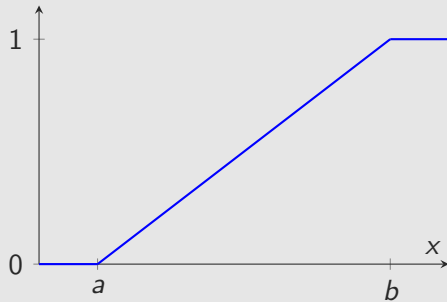
$$P(c \leq X \leq d) = \int_c^d f(x) dx = d - c$$

## PDF et CDF de $U(a, b)$

PDF de  $X \sim U(a, b)$

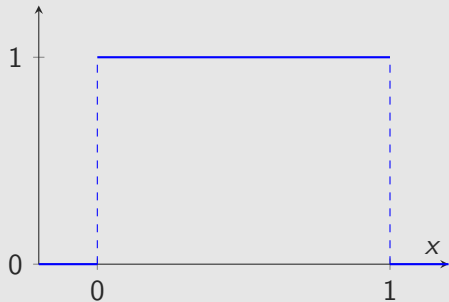


CDF de  $X \sim U(a, b)$

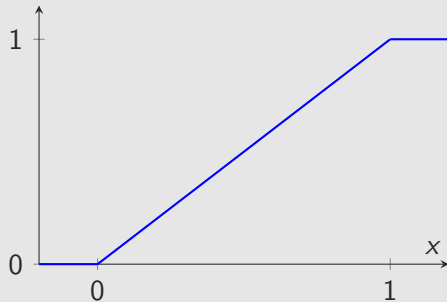


## PDF et CDF de $U(0, 1)$

PDF de  $X \sim U(0, 1)$



CDF de  $X \sim U(0, 1)$



## Exemple : Expérience de tarification dynamique d'Uber

Pendant un match de hockey à Montréal, la demande dépasse brièvement l'offre et il y a trop peu de voitures près du centre Bell

Uber souhaite maximiser ses revenus, donc il augmente le prix. En supposant que l'offre de chauffeurs Uber est fixe à court terme, cela a deux effets :

1. les passagers paient plus par trajet,
2. certains passagers décideront que l'Uber est trop cher et prendront le métro à la place

Uber veut connaître le niveau optimal de tarification dynamique, donc il réalise une expérience. Il applique aléatoirement une tarification dynamique entre 5% et 45% uniformément à différents utilisateurs.

Soit  $X \sim U(0.05, 0.45)$  le multiplicateur de tarification dynamique

- ▶  $E[X] = (0.05 + 0.45)/2 = 0.25$  (surcharge moyenne de 25%)
- ▶  $Var(X) = (0.45 - 0.05)^2/12 = 0.16/12 \approx 0.0133$
- ▶  $P(0.1 \leq X \leq 0.2) = 0.2 - 0.1 = 0.1$



## Revue : intervalles de confiance

Nous construisons des intervalles de confiance en utilisant les propriétés de la distribution normale

Pour une variable aléatoire normale standard  $Z \sim N(0, 1)$ , nous avons que

$$P(-2 \leq Z \leq 2) \approx 0.95$$

Pourquoi 2 ? Parce que  $z_{0.975} = 1.96 \approx 2$

Ensuite, nous utilisons deux astuces

1. Si  $X \sim N(\mu, \sigma)$ , alors  $\frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$
2. Théorème central limite :  $\bar{X}_n \sim N(\mu, \sigma^2/n)$  si  $n$  est grand

pour obtenir la formule d'un intervalle de confiance à 95% :

$$P\left(\bar{X} \in \left[\bar{X}_n - 2\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X}_n + 2\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]\right) = 0.95$$

## Un intervalle de 95% pour la normale standard

Nous pouvons combiner ces deux faits pour créer un intervalle centré sur zéro contenant 95% de la probabilité dans une normale standard

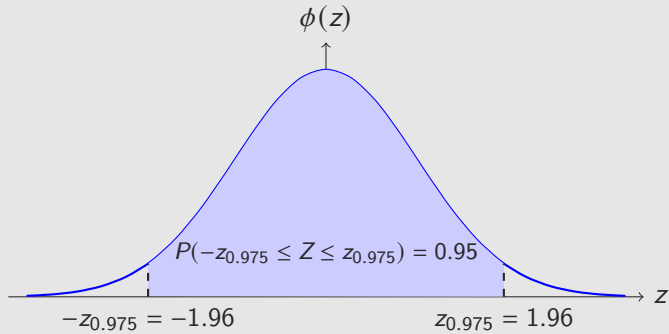
$$P(-z_{0.975} \leq Z \leq z_{0.975}) = 0.95$$

C'est le bloc de construction de base pour les intervalles de confiance que nous allons construire

Nous pouvons écrire cet intervalle comme  $[-z_{0.975}, +z_{0.975}]$

$$P(Z \in [-z_{0.975}, +z_{0.975}]) = 0.95$$

## Illustration : $[-z_{0.975}, +z_{0.975}]$



## Convertir une normale en une normale standard

Si nous avons une variable aléatoire normale

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

alors nous pouvons la normaliser et la transformer en une normale standard en

1. Soustrayant la moyenne  $\mu$
2. Divisant par l'écart-type  $\sigma$

$$\frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$$

Nous utiliserons cette astuce pour convertir  $[-z_{0.975}, +z_{0.975}]$  en un intervalle de confiance à 95% pour toute variable aléatoire normale

## Intervalle de confiance à 95% pour $N(\mu, \sigma^2)$

Prenez maintenant une variable aléatoire normale  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

Alors  $\frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$ , et nous pouvons appliquer le résultat de la diapositive précédente

$$P\left(-z_{0.975} \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq +z_{0.975}\right) = 0.95$$

$$P\left(-z_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \bar{X} - \mu \leq z_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 0.95$$

$$P\left(\bar{X} - z_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 0.95$$

Nous avons maintenant un intervalle à 95% pour  $\mu$  :  $[\bar{X} - z_{0.975}\sigma, \bar{X} + z_{0.975}\sigma]$

$$P(\mu \in [\bar{X} - z_{0.975}\sigma, \bar{X} + z_{0.975}\sigma]) = 0.95$$

Parfois, nous l'écrivons comme  $\bar{X} \pm z_{0.975}\sigma$

## Intervalle de confiance à 95% pour une moyenne d'échantillon

D'après le Théorème Central Limite, nous avons que

$$\bar{X}_n \sim N(\mu, \sigma^2/n)$$

Maintenant, tout ce que nous avons à faire est d'appliquer le résultat de la diapositive précédente et nous obtenons notre intervalle de confiance à 95% !

Laissons  $\bar{X}$  représenter la vraie moyenne de la population que nous voulons estimer. Par exemple,  $\bar{X}$  est le taux de chômage si nous faisons un recensement complet

$$P\left(\bar{X} \in \left[\bar{X}_n - z_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X}_n + z_{0.975} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]\right) = 0.95$$

## Tests d'hypothèses et intervalles de confiance

Les tests d'hypothèses sont très étroitement liés aux intervalles de confiance

Lors du dernier cours, nous avons construit l'intervalle de confiance  $[6,9\%, 7,3\%]$  pour le taux de chômage au Canada en septembre 2025

Mark Carney demande : « Sam, le taux de chômage est-il de 7% ? »

- Vérification : 7% est-il inclus dans  $[6,9\%, 7,3\%]$  ?

## Tests d'hypothèses et intervalles de confiance

Les tests d'hypothèses sont très étroitement liés aux intervalles de confiance

Lors du dernier cours, nous avons construit l'intervalle de confiance  $[6,9\%, 7,3\%]$  pour le taux de chômage au Canada en septembre 2025

Mark Carney demande : « Sam, le taux de chômage est-il de  $7\%$  ? »

- ▶ Vérification :  $7\%$  est-il inclus dans  $[6,9\%, 7,3\%]$  ? Oui, c'est le cas !
- ▶ Réponse : « Mark, nous **ne rejetons pas l'hypothèse nulle** que le taux de chômage est de  $7\%$  au **niveau de signification de  $5\%$**  »

Tiff Macklem demande : « Sam, le taux de chômage est-il de  $6,5\%$  ? »

- ▶ Vérification :  $6,5\%$  est-il inclus dans  $[6,9\%, 7,3\%]$  ?



# Tests d'hypothèses et intervalles de confiance

Les tests d'hypothèses sont très étroitement liés aux intervalles de confiance

Lors du dernier cours, nous avons construit l'intervalle de confiance  $[6,9\%, 7,3\%]$  pour le taux de chômage au Canada en septembre 2025

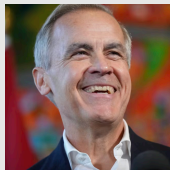
Mark Carney demande : « Sam, le taux de chômage est-il de  $7\%$  ? »

- ▶ Vérification :  $7\%$  est-il inclus dans  $[6,9\%, 7,3\%]$  ? Oui, c'est le cas !
- ▶ Réponse : « Mark, nous **ne rejetons pas l'hypothèse nulle** que le taux de chômage est de  $7\%$  au **niveau de signification de  $5\%$**  »

Tiff Macklem demande : « Sam, le taux de chômage est-il de  $6,5\%$  ? »

- ▶ Vérification :  $6,5\%$  est-il inclus dans  $[6,9\%, 7,3\%]$  ? Non, ce n'est pas le cas !
- ▶ Réponse : « Tiff, nous **rejetons l'hypothèse nulle** que le taux de chômage est de  $6,5\%$  au **niveau de signification de  $5\%$**  »

Si vous pouvez construire un intervalle de confiance, vous pouvez réaliser un test d'hypothèse



Mark Carney  
(non rejeté)



Tiff Macklem  
(rejeté)

## Plan de la leçon

*“Nous **ne** rejetons pas l’hypothèse nulle selon laquelle le taux de chômage est de 7% au seuil de signification de 5%”*

*“Nous **rejetons** l’hypothèse nulle selon laquelle le taux de chômage est de 6,5% au seuil de signification de 5%”*

Nous passerons le reste du cours d’aujourd’hui à définir certains termes statistiques afin que vous puissiez comprendre les phrases ci-dessus

- ▶ Hypothèse nulle
- ▶ Hypothèse alternative
- ▶ Erreur de type I/II
- ▶ Niveau de signification
- ▶ Tests de signification
- ▶ Valeur  $p$
- ▶ Valeur critique

## Hypothèse nulle

Une **hypothèse nulle** est une supposition provisoire concernant un **paramètre de population**

Rappel (Cours 5) : un paramètre de population est la valeur que nous estimerions si nous pouvions collecter des données sur toute la population au lieu d'un échantillon

- ▶ Exemple : si nous réalisons un recensement complet en septembre 2025

L'hypothèse nulle est *provisoire* car nous sommes prêts à l'abandonner (la rejeter) en fonction de ce que nous observons dans les données

Nous utilisons la notation  $H_0$  pour faire référence à l'hypothèse nulle. Aujourd'hui, nous considérerons des hypothèses nulles de la forme

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

où  $\mu$  est la moyenne de la population,  $\mu_0$  est la valeur hypothétisée.

Ces hypothèses sont appelées « à deux côtés ». La semaine prochaine, nous considérerons des « hypothèses à un seul côté » comme  $H_0 : \mu \geq \mu_0$  ou  $H_0 : \mu \leq \mu_0$

## Hypothèse alternative

Une **hypothèse alternative** contient tout ce qui n'est pas partie de l'hypothèse nulle

Nous utilisons la notation  $H_a$  pour faire référence à l'hypothèse alternative. Pour une hypothèse nulle à deux côtés

$$H_0 : \mu = \mu_0,$$

l'hypothèse alternative est

$$H_a : \mu \neq \mu_0$$

Cela signifie que nous pouvons rejeter l'hypothèse nulle lorsque notre estimation  $\bar{X}$  est beaucoup plus grande que  $\mu$ , ou lorsque  $\bar{X}$  est beaucoup plus petite que  $\mu$

## Quelle est l'hypothèse nulle/alternative ?

**Exemple 1 :** Vladimir, un économiste du travail, a collecté des données sur un échantillon d'avocats. Son jeu de données contient une variable indiquant si chaque avocat est un homme ou une femme. Vladimir veut savoir s'il y a un nombre égal d'hommes et de femmes dans la profession juridique. Soit  $p_F$  la part des avocates dans la population. Alors

$$H_0 : p_F =$$

## Quelle est l'hypothèse nulle/alternative ?

**Exemple 1 :** Vladimir, un économiste du travail, a collecté des données sur un échantillon d'avocats. Son jeu de données contient une variable indiquant si chaque avocat est un homme ou une femme. Vladimir veut savoir s'il y a un nombre égal d'hommes et de femmes dans la profession juridique. Soit  $p_F$  la part des avocates dans la population. Alors

$$H_0 : p_F = 0.5, \quad H_a : p_F \neq 0.5$$

**Exemple 2 :** Josef, un économiste financier, a collecté des données sur un échantillon de rendements boursiers pour des entreprises ayant annoncé des fusions. Son jeu de données contient les prix des actions avant et après l'annonce de la fusion. Josef veut savoir si une annonce de fusion a un effet sur les rendements boursiers quotidiens, donc pour chaque action, il calcule la différence de rendements avant et après. Soit  $\Delta$  la différence dans les prix des actions avant et après une annonce de fusion dans la population. Alors

$$H_0 : \Delta =$$

## Quelle est l'hypothèse nulle/alternative ?

**Exemple 1 :** Vladimir, un économiste du travail, a collecté des données sur un échantillon d'avocats. Son jeu de données contient une variable indiquant si chaque avocat est un homme ou une femme. Vladimir veut savoir s'il y a un nombre égal d'hommes et de femmes dans la profession juridique. Soit  $p_F$  la part des avocates dans la population. Alors

$$H_0 : p_F = 0.5, \quad H_a : p_F \neq 0.5$$

**Exemple 2 :** Josef, un économiste financier, a collecté des données sur un échantillon de rendements boursiers pour des entreprises ayant annoncé des fusions. Son jeu de données contient les prix des actions avant et après l'annonce de la fusion. Josef veut savoir si une annonce de fusion a un effet sur les rendements boursiers quotidiens, donc pour chaque action, il calcule la différence de rendements avant et après. Soit  $\Delta$  la différence dans les prix des actions avant et après une annonce de fusion dans la population. Alors

$$H_0 : \Delta = 0, \quad H_a : \Delta \neq 0$$

## Rejeter et ne pas rejeter l'hypothèse nulle

Lorsque nous observons des données qui sont incompatibles avec l'hypothèse nulle, nous disons que nous la **rejetons**

- ▶ Si Josef observe que les rendements boursiers quotidiens sont supérieurs de 15% après une annonce de fusion, il **rejette** l'hypothèse nulle selon laquelle les fusions n'ont aucun effet sur les rendements boursiers

Lorsque nous observons des données qui sont compatibles avec l'hypothèse nulle, nous disons que nous **ne rejetons pas** celle-ci

- ▶ Si Vladimir observe que la part des avocates dans son échantillon est de 48,5%, il **ne rejette pas** l'hypothèse nulle qu'il y a un nombre égal d'hommes et de femmes dans la profession juridique

Pourquoi ne disons-nous pas « accepter l'hypothèse nulle » ?

- ▶ Comme nous le verrons sous peu, nous construisons des tests d'hypothèses de manière à nécessiter des preuves très solides pour rejeter l'hypothèse nulle



## Erreur de type I/II

Une **erreur de type I** se produit lorsque vous rejetez  $H_0$  quand elle est vraie

Un autre nom pour l'erreur de type I est un **faux positif**

- ▶ Sam fait un test PCR qui revient positif, indiquant que Sam a le COVID-19. Cependant, c'était une erreur et Sam n'a en fait *pas* le virus
- ▶ Un jury condamne un accusé qui est en réalité innocent

## Erreur de type I/II

Une **erreur de type I** se produit lorsque vous rejetez  $H_0$  quand elle est vraie

Un autre nom pour l'erreur de type I est un **faux positif**

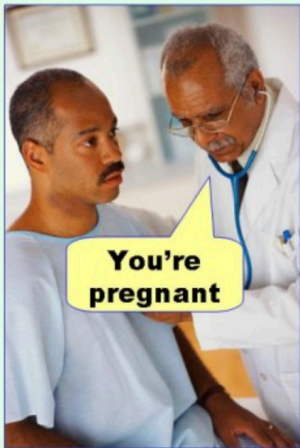
- ▶ Sam fait un test PCR qui revient positif, indiquant que Sam a le COVID-19. Cependant, c'était une erreur et Sam n'a en fait *pas* le virus
- ▶ Un jury condamne un accusé qui est en réalité innocent

Une **erreur de type II** se produit lorsque vous ne rejetez pas l'hypothèse nulle  $H_0$  alors qu'elle est fausse

Un autre nom pour l'erreur de type II est un **faux négatif**

- ▶ Sam fait un test PCR et il revient *négatif*, indiquant que Sam n'a pas le COVID-19. Cependant, c'était une erreur—Sam a en fait *bien* le virus
- ▶ Un jury trouve un accusé *non coupable*, bien que l'accusé ait en réalité commis le crime

**Type I error**  
(false positive)



**Type II error**  
(false negative)



# Quel type d'erreur est le pire ?

## Tests COVID

- ▶ Erreur de type I : Sam fait un test PCR et il revient positif, indiquant que Sam a le COVID-19. Cependant, c'était une erreur et Sam n'a *pas* en fait le virus
- ▶ Erreur de type II : Sam fait un test PCR et il revient *négatif*, indiquant que Sam n'a pas le COVID-19. Cependant, c'était une erreur—Sam a en fait *bien* le virus

Lequel est le pire ?

# Quel type d'erreur est le pire ?

## Tests COVID

- ▶ Erreur de type I : Sam fait un test PCR et il revient positif, indiquant que Sam a le COVID-19. Cependant, c'était une erreur et Sam n'a *pas* en fait le virus
- ▶ Erreur de type II : Sam fait un test PCR et il revient *négatif*, indiquant que Sam n'a pas le COVID-19. Cependant, c'était une erreur—Sam a en fait *bien* le virus

Lequel est le pire ? Du point de vue égoïste de Sam, le type I est pire. Mais du point de vue de la société, le type II est pire. Le COVID est contagieux, et Sam infectera de nombreuses autres personnes

# Quel type d'erreur est le pire ?

## Tests COVID

- ▶ Erreur de type I : Sam fait un test PCR et il revient positif, indiquant que Sam a le COVID-19. Cependant, c'était une erreur et Sam n'a *pas* en fait le virus
- ▶ Erreur de type II : Sam fait un test PCR et il revient *négatif*, indiquant que Sam n'a pas le COVID-19. Cependant, c'était une erreur—Sam a en fait *bien* le virus

Lequel est le pire ? Du point de vue égoïste de Sam, le type I est pire. Mais du point de vue de la société, le type II est pire. Le COVID est contagieux, et Sam infectera de nombreuses autres personnes

## Condamnation par un jury

- ▶ Erreur de type I : Un jury condamne un accusé qui est en réalité innocent
- ▶ Erreur de type II : Un jury trouve un accusé *non coupable*, bien que l'accusé ait en réalité commis le crime

Lequel est le pire ?

# Quel type d'erreur est le pire ?

## Tests COVID

- ▶ Erreur de type I : Sam fait un test PCR et il revient positif, indiquant que Sam a le COVID-19. Cependant, c'était une erreur et Sam n'a *pas* en fait le virus
- ▶ Erreur de type II : Sam fait un test PCR et il revient *négatif*, indiquant que Sam n'a pas le COVID-19. Cependant, c'était une erreur—Sam a en fait *bien* le virus

Lequel est le pire ? Du point de vue égoïste de Sam, le type I est pire. Mais du point de vue de la société, le type II est pire. Le COVID est contagieux, et Sam infectera de nombreuses autres personnes

## Condamnation par un jury

- ▶ Erreur de type I : Un jury condamne un accusé qui est en réalité innocent
- ▶ Erreur de type II : Un jury trouve un accusé *non coupable*, bien que l'accusé ait en réalité commis le crime

Lequel est le pire ? Je ne sais pas. Suivez un cours de philosophie morale

## Décisions et erreurs

	Ne pas rejeter $H_0$	Rejeter $H_0$
$H_0$ vraie	Décision correcte	Erreur de type I (faux positif)
$H_0$ fausse	Erreur de type II (faux négatif)	Décision correcte



## En statistique, les erreurs de type I sont pires que les erreurs de type II

Dans la vie réelle, le compromis entre les erreurs de type I et de type II est complexe et dépend du contexte. Mais en économétrie et en statistique, les erreurs de type I sont pires

Lors de la construction de tests d'hypothèses, nous essaierons très fort d'éviter les erreurs de type I, même si cela signifie que nous permettons des erreurs de type II

Nous construirons des tests de sorte que la probabilité de commettre une erreur de type I soit un très petit nombre, comme 5% ou 1%

Pourquoi ? Parce que c'est la seule chose que nous pouvons contrôler

- ▶  $H_0$  est définie sous l'hypothèse que  $\mu = \mu_0$
- ▶ Sous cette hypothèse, nous pouvons calculer l'erreur de type I
- ▶ Sous l'hypothèse alternative  $H_a : \mu \neq \mu_0$ , il existe une infinité de valeurs potentielles de  $\mu$
- ▶ Il n'est pas aussi facile de contrôler l'erreur de type II (nécessite d'apprendre le "Bayésien")

## Niveau de signification

La probabilité de commettre une erreur de type I est connue sous le nom de **niveau de signification** d'un test

Pour un test bilatéral au niveau de signification de 5%, nous construisons un intervalle de confiance de 95% et rejetons  $H_0$  si  $\mu_0$  n'est pas contenu dedans

Pour un test bilatéral au niveau de signification de 1%, nous construisons un intervalle de confiance de 99% et rejetons  $H_0$  si  $\mu_0$  n'est pas contenu dedans

Pour un test bilatéral au niveau de signification de  $\alpha\%$ , nous construisons un intervalle de confiance de  $(100 - \alpha)\%$  et rejetons  $H_0$  si  $\mu_0$  n'est pas contenu dedans

Pour réaliser un test d'hypothèse, nous construisons d'abord une **statistique de test**

$$z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

Sous l'hypothèse nulle  $H_0 : \mu = \mu_0$ , la statistique de test  $z$  sera normalement distribuée  
 $z \sim N(0, 1)$

Pourquoi ? Pour la même raison que pour les intervalles de confiance

- ▶ Par le théorème central limite :  $\bar{X} \sim N(\mu_0, \sigma / \sqrt{n})$
- ▶ Si  $\bar{X} \sim N(\mu_0, \sigma / \sqrt{n})$ , alors  $\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0, 1)$

## Valeur critique

Une fois que vous avez formé votre statistique de test, vous la comparez à une **valeur critique**

Les valeurs critiques sont les quantiles de la normale standard  $z_{0.9}$ ,  $z_{0.95}$ ,  $z_{0.975}$ ,  $z_{0.99}$ ,  $z_{0.995}$

- ▶ Pour un test au niveau de signification de  $\alpha$  %, nous utilisons  $z_{1-\alpha/2}$

Pour simplifier, concentrons-nous sur notre valeur critique préférée  $z_{0.975} = 1.98 \approx 2$

- ▶ Pour un test au niveau de signification de 5%, nous utilisons  $z_{0.975}$

Pour un test bilatéral, nous rejetons  $H_0$  si  $|z| > 2$ , et nous ne rejetons pas si  $|z| < 2$

## Pourquoi cela fonctionne-t-il ?

Sous l'hypothèse nulle, la statistique de test est normalement distribuée

$$z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

Ensuite, utilisez quelques astuces :

- ▶ Tout d'abord, rappelons que  $z_{0.975}$  est le quantile de la distribution normale standard donc

$$P(z < z_{0.975}) = 0.975$$

- ▶ La distribution normale est symétrique, donc  $P(|z| < z_{0.975}) = 0.95$
- ▶ Les probabilités s'additionnent à 1, donc
$$P(|z| > z_{0.975}) = 1 - P(|z| < z_{0.975}) = 1 - 0.95 = 0.05$$

La probabilité d'une erreur de type I est alors égale au niveau de signification

$$P(|z| > z_{0.975} | \mu = \mu_0) = 5\%$$

Une valeur  $p$  est un moyen pratique de résumer le résultat d'un test d'hypothèse

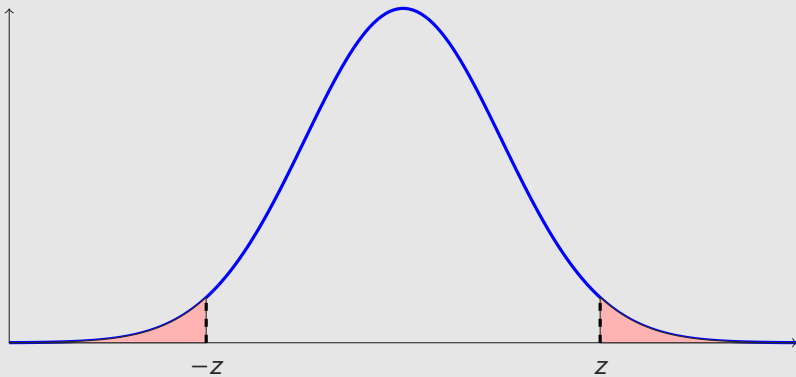
La valeur  $p$  est la probabilité, en supposant que l'hypothèse nulle est vraie, d'obtenir une statistique de test dont la valeur absolue est au moins aussi grande que celle observée dans votre échantillon

Si la valeur  $p$  est faible, il est très improbable que l'hypothèse nulle soit vraie

Vous pouvez utiliser la valeur  $p$  pour vérifier rapidement si vous acceptez ou rejetez l'hypothèse nulle à différents niveaux de signification

- ▶ Si  $p < 0.05$ , rejetez au niveau de signification de 5%
- ▶ Si  $p < 0.01$ , rejetez au niveau de signification de 1%

La valeur  $p$  est l'aire de la région ombrée en rose



## Problème Pratique #1

Le taux de chômage national en octobre 2025 est estimé à partir d'un échantillon à 6,8%, avec un intervalle de confiance de 95% de [6,6%, 7,0%].

1. Tester l'hypothèse nulle  $H_0 : \mu = 6,9\%$  contre  $H_a : \mu \neq 6,9\%$  au niveau de signification de 5%.
2. Tester l'hypothèse nulle  $H_0 : \mu = 6,5\%$  contre  $H_a : \mu \neq 6,5\%$  au niveau de signification de 5%.
3. Quelles valeurs de  $\mu$  échoueriez-vous à rejeter à 5% ?



## Problème Pratique #2

Un échantillon de 100 travailleurs a un salaire hebdomadaire moyen de 1200 \$ et un écart-type de l'échantillon de 200 \$.

1. Tester  $H_0 : \mu = 1100$  contre  $H_a : \mu \neq 1100$  au niveau de 5% en construisant l'intervalle de confiance de 95%
2. Tester  $H_0 : \mu = 1100$  contre  $H_a : \mu \neq 1100$  au niveau de 5% en calculant la statistique  $z$  et en la comparant à la valeur critique

## Problème Pratique #3

Les notes de mi-session en ECO2273 étaient plus élevées en 2025, lorsque enseignées par Sam, qu'en 2024, lorsque enseignées par un autre professeur. Bien sûr, il est possible que cela soit juste dû au hasard, et que l'enseignement de Sam n'y soit pour rien.

Supposons que l'hypothèse nulle soit qu'il n'y a eu aucun changement dans la qualité de l'enseignement ou la difficulté de l'examen entre 2024 et 2025.

Supposons que Sam conclut que l'examen de mi-session était trop facile, et qu'il rend l'examen final beaucoup plus difficile. Si l'hypothèse nulle est vraie, quel type d'erreur commet-il ?

Supposons que Sam conclut que l'examen de mi-session était équitable, et qu'il rend l'examen final facile. Si l'hypothèse nulle est fausse, quel type d'erreur commet-il ?

## Problème Pratique #4

Une chercheuse teste si le nombre moyen d'heures d'étude par semaine des étudiants est de 15. Elle collecte un échantillon et trouve les résultats suivants :

- ▶ Moyenne de l'échantillon : 16,2
- ▶ Statistique de test :  $z = 2,5$
- ▶ Intervalle de confiance à 95% : [15,3, 17,1]
- ▶ Valeur  $p$  bilatérale : 0,012

Sans calculer davantage, déterminez si vous rejeteriez ou ne rejeteriez pas l'hypothèse nulle  $H_0 : \mu = 15$  au niveau de signification de 5% en utilisant chacune des approches suivantes :

1. En comparant la statistique de test à la valeur critique.
2. En vérifiant si l'intervalle de confiance contient 15.
3. En comparant la valeur  $p$  à 0,05.